

臺北市一〇七學年度高級中等學校電腦程式設計競賽決賽試題 (高中組)

說明：

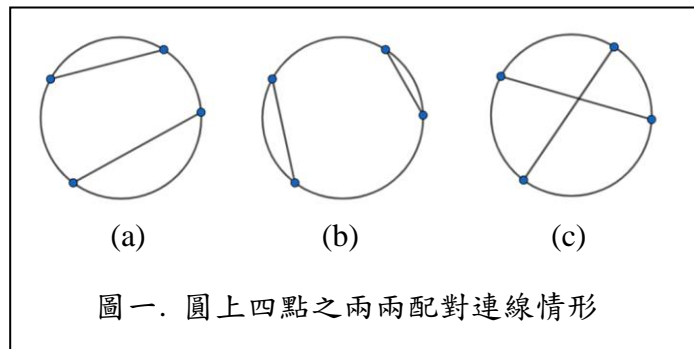
1. 本試卷共有四題，每題 25 分。
2. 請記得隨時備份自己的程式。

試題 1：配對連線

問題敘述：

在一個圓上有 $2N$ 個點，若將這些點每兩點配成一對，然後配為一對的兩點以一條直線連線，可得 N 條連線；形成這 N 條連線的配對方式很多，但現在有個特別的規定：這 N 條線彼此不可以相交。如圖一，圓上有四個點，(a) (b) 這兩種配對連線方式是符合規定的，但(c)則不符合規定。

請你寫一個程式來計算若一個圓上有 $2N$ 個點，那符合規定(配對連線彼此不相交)的配對連線方式有幾種？譬如：如圖一，圓上有四個點($N=2$)，則符合規定的配對連線有兩種，輸出答案為 2。



輸入說明：

輸入包含數組測試資料，每組資料一行包含一個整數 N ， $1 \leq N \leq 100$ ，其代表圓上有 $2N$ 個點。 $N=0$ 代表輸入結束。

輸出說明：(顯示在螢幕上)(程式必須在 3 秒內執行完畢，否則不計分)

對每一組測試資料，顯示有幾種符合規定的配對連線。

輸入範例：

1
2
3
0

輸出範例：

1
2

■ <= 某整數

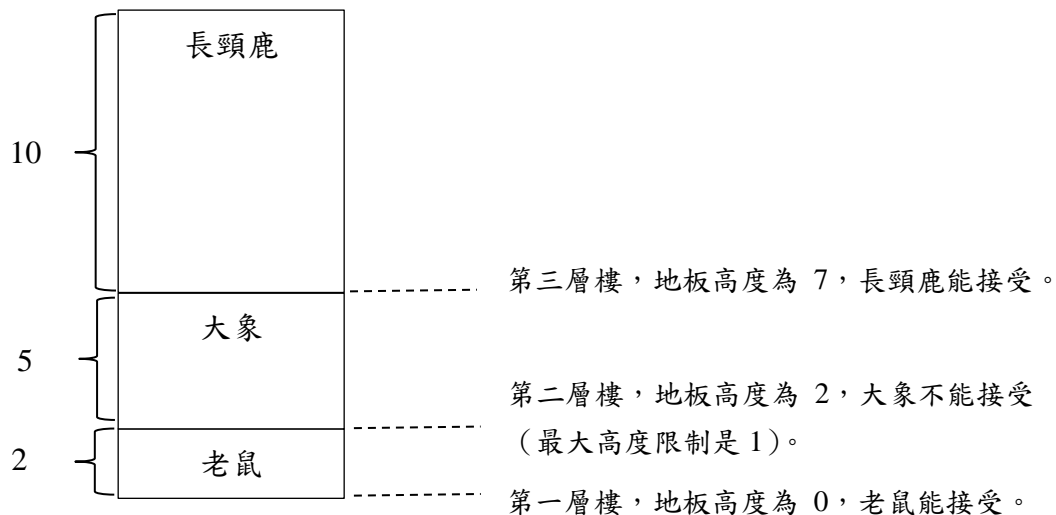
試題 2. 湖畔大樓

問題敘述

動物們昨晚在森林深處發現一個優美的湖泊，所有動物都非常興奮。長頸鹿提議，大家在湖畔蓋一棟大樓，讓所有動物從此都能住在湖畔，大家都同意了。老鼠說，「我想要住在一樓。」大象說，「可是，我也想住在一樓耶。」這下好了，現場的動物開始熱烈討論每隻動物應該住在第幾層樓。(假設一層樓只能住一隻動物。)經過一晚的討論，動物們發現決定居住樓層的關鍵因素有兩個：居住空間高度 H —有些動物像長頸鹿需要特別高的空間，和最大高度限制 L —有些動物有懼高症，不想住得太高。

動物	居住空間高度	最大高度限制
老鼠	2	5
大象	5	1
長頸鹿	10	7

以上面的例子來說，如果讓老鼠住在第一層樓(地板高度 $0 \leq 5$)，大象住在第二層樓(地板高度 $0+2=2 > 1$)，長頸鹿住在第三層樓(地板高度 $0+2+5=7 \leq 7$)，老鼠和長頸鹿同意，但大象住在過高的樓層因此不願意住進去了，請參見以下圖例。



但如果讓大象住第一層(地板高度 $0 \leq 1$)，老鼠第二層(地板高度 $0+5=5 \leq 5$)，長頸鹿第三層($0+5+2=7 \leq 7$)，三隻動物就都能滿意地住進大樓裡。

森林裡的動物太多了，需要你幫忙寫一個程式，依據動物們的需求，計算最多能有多少隻動物滿意地(即地板高度不超過其最大高度限制)住進湖畔大樓裡。

輸入格式

第一最有一個正整數 $T (T \leq 5)$ ，代表測試資料有幾組。

第二列有一個正整數 $N (N \leq 10^5)$ ，代表森林裡有幾隻動物。

接下去有 N 列，每列有兩個正整數值 H_i 和 $L_i (H_i \leq 10^9, L_i \leq 10^9)$ ，分別代表第 i 隻動物的必要居住空間高度和最大高度限制，整數間以一個空白隔開。

輸出格式

對每一組測資輸出最多能有多少隻動物滿意地住進湖畔大樓裡，每組測資一行。

輸入輸出範例

輸入範例	輸出範例
3	3
3	2
2 5	2
5 1	
10 7	
3	
2 4	
5 1	
10 7	
5	
1 1	
2 1	
3 1	
4 1	
5 1	

本題共有五個子任務，每個子任務佔本題分數之 20%，限制如下：

子任務一： $N \leq 3$

子任務二： $N \leq 8$

子任務三： $N \leq 16$

子任務四： $N \leq 1,000$

子任務五： $N \leq 100,000$

試題 3. 延長固態儲存裝置壽命的機制

問題敘述

一個固態硬碟裡面有很多儲存單位，每一個單位的壽命和它被寫入的次數是相關的，但是平常在一個電腦系統裡有些檔案是很少存取的，有些檔案有一定的讀取頻率、但是很少被修改，還有一些檔案是常常被讀取和修改的，系統碟中一旦檔案的位置固定下來以後，常常會發現有一些儲存單位很快就耗損掉了。所以從系統的角度來看，需要有一個機制固定時間調換每一個儲存單位的內容，如此每一個儲存單位不但有機會存放常常需要更改的資料，也有機會存放不太需要修改的資料，固態硬碟裡面的各個儲存單位才有比較一致的耗損率。

考慮一個延長裝置壽命的機制：指定一個如下的「位置調換表」，每隔固定時間就根據調換表移動所有儲存單位裡的資料，例如下面這個調換表中，儲存在位置 0 的資料會移動到位置 2，儲存在位置 1 的資料會移動到位置 5，…，儲存在位置 8 的資料會移動到位置 6。

原位置	0	1	2	3	4	5	6	7	8
新位置	2	5	7	4	1	3	8	0	6

調換過的新位置不能重複，否則有些資料在換位置的時候會被覆蓋掉，另一些位置則會空著沒有放資料。

由群論我們知道不斷地根據這個位置調換表更換位置的話，只要換了一定次數之後，所有的資料都一定會同時回到原來的儲存位置上，給定一個位置調換表，請寫一個程式計算所有資料同時回到原來位置的最少調換次數。

如果一開始位置 i 的資料是數字 i ，請問根據指定的位置調換表，是否可以得到下面這個目標組態？

位置	0	1	2	3	4	5	6	7	8
資料	7	5	0	4	1	3	8	2	6

例如下表顯示經過 7 次調換可以得到指定的目標組態

資料		位置								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
調換次數	0	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	1	7	4	0	5	3	1	8	2	6
	2	2	3	7	1	5	4	6	0	8
	3	0	5	2	4	1	3	8	7	6
	4	7	1	0	3	4	5	6	2	8
	5	2	4	7	5	3	1	8	0	6
	6	0	3	2	1	5	4	6	7	8

	7	7	5	0	4	1	3	8	2	6
--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

有一些目標組態是運用上面的位置調換表完全不可能得到的，例如

位置	0	1	2	3	4	5	6	7	8
資料	7	4	0	5	1	3	8	2	6

位置	0	1	2	3	4	5	6	7	8
資料	7	3	0	1	5	4	8	2	6

位置	0	1	2	3	4	5	6	7	8
資料	8	4	0	5	3	1	7	2	6

你的程式需要分辨指定的目標組態是否可以得到？如果可以的話請輸出 1，如果無法得到請輸出 0

輸入資料：

第一列有兩個整數，N 為 n 個位置(註：第二列以後每列有 n 個整數)，M 為測試的目標組態個數；第二列有 n 個整數 p_i ，描述完整的位置調換表 ($1 \rightarrow p_1, 2 \rightarrow p_2, \dots, n \rightarrow p_n$)，n 代表裝置裡總共有多少儲存單位 ($2 \leq n \leq 350$)；第三列以後每一列有 n 個整數 t_{ij} ($1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$) 描述一個目標組態

N	M
p_1	$p_2 \dots p_n$
t_{11}	$t_{12} \dots t_{1n}$
t_{21}	$t_{22} \dots t_{2n}$
...	
t_{m1}	$t_{m2} \dots t_{mn}$

輸出資料：第一列為一個整數 k 代表資料最少經過 k 次調換可以同時回到原來位置，接下來對於每一列的目標組態 ($t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in}$)，請判斷由組態 (0, 1, 2, ..., n) 開始是否可以調換到這個目標組態，可以的話請輸出 1，不行的話請輸出 0，請注意程式執行時間限制為 3 秒

k
$a_1 a_2 a_3 \dots a_m$

範例輸入：

9	4
2	5 7 4 1 3 8 0 6
7	5 0 4 1 3 8 2 6
7	4 0 5 1 3 8 2 6
7	3 0 1 5 4 8 2 6
8	4 0 5 3 1 7 2 6

範例輸出：

12

1000

試題 4. TPE 娛樂的練習生培訓

問題敘述

TPE 娛樂公司旗下培育許多位練習生，最近打算從練習生中推出一隊團體；但在此之前需要先培訓每一位練習生的表演能力。TPE 娛樂公司決定從總共有 N 位練習生中挑出 M 個練習生組成一隊團體進行表演，因此可以組成很多隊的團體，每一隊團體並都進行 T 個時間單位的表演(不同隊團體之間可以有部分成員重複，但不能完全重複；一隊表演完後，才會緊接另一隊的表演)。請寫一個程式計算出預計會花費多少時間單位能才夠讓所有可能組成的團體都表演結束。

輸入說明

第一行有三個正整數 N 、 M 與 T ，以空格間隔； N 為所有練習生數， M 為每一隊團體的練習生人數， T 為每一隊表演的所花費的時間單位數；其中 $1 \leq M \leq N \leq 300$ 且 $1 \leq T \leq 100$ 。

輸出說明

為一個數值，是培訓完所有隊伍所花費的時間單位數總和。

提示：輸出位數不超過 100。

限制：你的程式必須在 10 秒內執行完成。

輸入範例一	輸出範例一
10 3 5	600
輸入範例二	輸出範例二
40 10 3	2542981584