

臺北市九十六學年度高級中等學校電腦程式設計競賽決賽試題

(高中組)

說明：

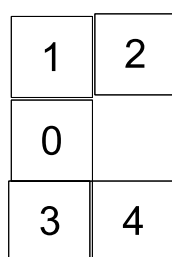
1. 本試卷共有四題，每題 25 分。
2. 請記得隨時備份自己的程式。

試題：

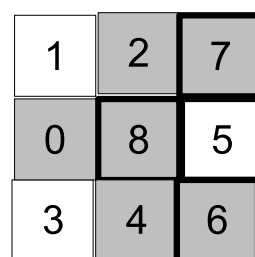
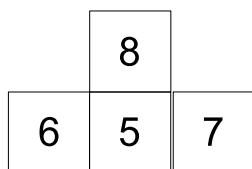
1. 俄羅斯方塊

給你兩塊俄羅斯方塊如圖(a)。每個俄羅斯方塊都是由小正方形所組成的任意形狀，彼此相連。每一塊俄羅斯方塊可以任意的進行 90 度順時鐘或逆時鐘的旋轉。給你兩個俄羅斯方塊，請找出一個將兩個俄羅斯方塊最緊密結合的方式。當然，彼此的小正方形不能重疊。

以圖(a)為例。最緊密結合的方式為圖(b)。在圖(b)中有接觸到另一個俄羅斯方塊的小正方形，以灰色來表示，分別是編號 0 2 4 6 7 8。所以在這個例子中，我們定義兩個俄羅斯方塊的緊密度是 6。給你兩個俄羅斯方塊，請寫個程式，計算出最大的緊密度。



(a)



(b)

輸入格式

每個俄羅斯方塊的資料以一個正整數 N 開始。 N 是小正方格的數量。接著是 N 行的小正方形座標。第一個小正方格的座標永遠為 00 作為原點。然後以 00 為基礎，描述其他的小正方形，例如圖(a)中編號為 0 的小正方形是 00，則編號 1 的小正方形為 01，編號 3 的小正方形為 0-1。以此類推。

輸出格式

請輸出兩個俄羅斯方塊結合的最大緊密度。彼此小方格不能重疊。

輸入範例

5

0 0
0 1
0 -1
1 1
1 -1
4
0 0
1 0
-1 0
0 1

輸出範例

6

2. 城市

有一個國家有 N 個城市，其編號分別為 $1, 2, 3, \dots, N$ ，其中編號 1 的城市是首都，已知每個城市至少會有一條道路直接跟其它城市相連(也就是沒有城市是到不了的)，例如：若城市 2 與城市 3 有道路直接相連，且這條道路長 10 公里，則以(2,3,10)表示這條道路(為簡化，我們假設所有道路長度都是整數)。現在國王想要由首都出發走訪一些城市，但他國務繁忙時間有限，無法走訪所有的城市，所以他想知道由首都出發到每個城市的最短距離，再來做進一步的決定。現在你就要為國王來設計這樣的程式以解決他的問題。

輸入：data.in

第一行為城市數；第二行列出所有城市 1 跟其它城市直接相連的道路，以 # 結束；第三行列出所有城市 2 跟其它城市直接相連的道路，以 # 結束；... 以此類推。

範例：

5
(1,2,2) (1,3,5) (1,4,1)#
(2,1,2) (2,3,3) (2,4,2)#
(3,1,5) (3,2,3) (3,4,3) (3,5,1)#
(4,1,1) (4,2,2) (4,3,3) (4,5,1)#
(5,3,1) (5,4,1)#

輸出：data.out

第一行為首都(即城市 1)到城市 2 的最短距離，中括弧內為依序所必須經過的城市編號；第二行為為首都到城市 3 的最短距離，中括弧內為依序所必須經過的城市編號；... 以此類推。

2 []
3 [4, 5]

1 []

2 [4]

提示：「中括弧內為依序所必須經過的城市編號」這部份較難，所以作答時你可以先以求出最短距離為主。

3. 實數的連續分數表示法

任何一個有理數 p/q 都可以表示成唯一的連續分數，

例如 $118/41 = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7 + \frac{1}{5}}}$ ，其中每一個分數的分子都固定是 1

我們可以簡寫為 $118/41 = [2; 1, 7, 5]$

另一個有理數的例子 $12345/729 = 4115/243 = [16; 1, 14, 5, 2, 1]$

同樣的，一個無理數也可以用唯一的連續分數表示，但是分母會有無限多項，

例如 $\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{129 + \dots}}}}$

可以簡寫為 $\pi = [3; 7, 15, 1, 292, \dots]$

上面這種連續分數的表示法和用十進位表示時一樣都可能是有限位數或是無限位數，比較不太一樣的是用十進位表示時有理數也可能需要無限位數才能精確地表示出來，例如 $1/3$ ，所有的無理數也都需要無限且不出現循環的位數來表示；使用連續分數來表示的話，有理數一定是有限位數，很多無理數的連續分數表示則會出現循環，例如 $\sqrt{2} (= 2^{1/2}) = [1; 2, 2, 2, \dots] = [1; (2)]$ ，上式中我們用 (2) 代表 2, 2, ... 的循環；另外例如 $\sqrt{3} (= 3^{1/2}) = [1; 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots] = [1; (1, 2)]$ ，上式中我們用 (1, 2) 代表 1, 2, 1, 2, ... 的循環；或如 $\sqrt{31} (= 31^{1/2}) = [5; (1, 1, 3, 5, 3, 1, 1, 10)]$

請注意一個無理數的連續分數表示法一定有無窮多項，如果只取有限項的話，一定小於所要表達的無理數，例如 $\pi > [3; 7, 15]$ ， $\pi - [3; 7, 15] \approx 8.321963 \times 10^{-5}$

根據上面的定義和特性描述，請撰寫程式完成下列功能

1. [5] 請由鍵盤輸入 $a, b, c, d, \dots, z, -1$ ，其中 a, b, \dots, z 為正整數，代表一 $[a; b, c, d, \dots, z]$ 連續分數格式的可理數，請以 p/q 格式輸出該有理數（請將公因數約掉）
2. [5] 由鍵盤輸入 p 和 q 兩個正整數，轉換有理數 p/q 為連續分數的表示法並

以 [a;b,c,d,...,z] 格式在螢幕上輸出

3. [5] 請輸入一兩個正整數 (例如 2, 8), 令此整數為 s_1 及 s_2 , 利用三角函數 $\text{atan}()$ 計算 $s_1 \cdot \pi$ 並將無理數 $s_1 \cdot \pi$ 轉換為連續分數的表示法到誤差小於 10^{-s_2} , 以 [a;b,c,d,...] 格式在螢幕上輸出, 並印出 $s_1 \cdot \pi$ 與這個有理數之間的誤差 (亦即 $s_1 \cdot \pi$ - 近似的有理數, 以十進位科學記號格式輸出, 至少列印到小數點以下 6 位, 例如 1.234567 e-7)
4. [5] 由鍵盤輸入一個正整數 s , 運用系統內建的函式計算 $s^{1/2}$, 並且找出分母小於 10^4 的一個最接近 $s^{1/2}$ 的有理數, 以 [a;b,c,d,...] 格式及 p/q 格式在螢幕上輸出此近似值

程式執行範例

>prog1

請輸入連續正整數, 以 -1 結束, 代表一有理數 (例如 5 1 2 3 -1):

3 7 15 1 129 -1

[3;7,15,1,129] = 46128/14683

>prog2

請輸入兩個正整數: 1375 179

1375/179 = [7;1,2,7,8]

>prog3

請輸入兩個正整數: 3 10

3 π 大約是 [9;2,2,1,4,1,1,1,97,4,1] 誤差為 9.430678e-011

>prog4

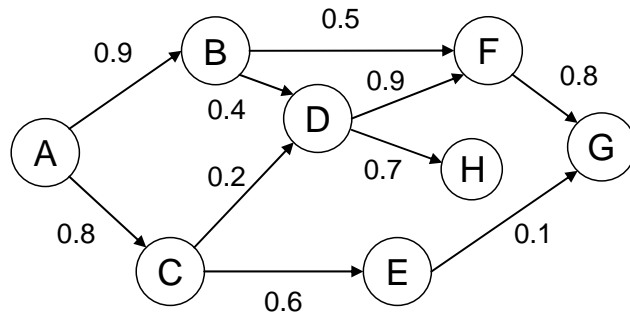
請輸入一個正整數: 2

$(2)^{(1/2)}$ 大約是 [1;2,2,2,2,2,2,2,2,2,2] 亦即 8119/5741

4. 橫越撒哈拉沙漠 (Sahara)

問題描述

在數百萬平方公里的撒哈拉沙漠上, 駕乘越野吉普車狂奔是個令人心曠神怡的事。然而, 在撒哈拉沙漠中, 由於建設落後的關係, 村落間的連接道路都是單向的; 同時, 因為沙塵暴的影響, 任意兩個村落間道路能通行的可能性(機率)不一定。下圖是撒哈拉沙漠中某村落 A 經由單向道路可抵達的村落、以及村落間道路連接情況, 每一條道路上的數值代表其能通行的可能性。



舉例來說，由上圖的資訊可看出，出從村落 A 出發後能順利到達村落 G 的可能性為下面 4 條路線完成的可能性之加總：

路線 1：村落 A → 村落 B → 村落 F → 村落 G

路線完成的可能性為： $0.9 * 0.5 * 0.8 = 0.36$

路線 2：村落 A → 村落 B → 村落 D → 村落 F → 村落 G

路線完成的可能性為： $0.9 * 0.4 * 0.9 * 0.8 = 0.2592$

路線 3：村落 A → 村落 C → 村落 D → 村落 F → 村落 G

路線完成的可能性為： $0.8 * 0.2 * 0.9 * 0.8 = 0.1152$

路線 4：村落 A → 村落 C → 村落 E → 村落 G

路線完成的可能性為： $0.8 * 0.6 * 0.1 = 0.048$

因此，從村落 A 出發後能順利到達村落 G 的可能性為 $0.36 + 0.2592 + 0.1152 + 0.048 = 0.7824$ 。而途中會經過村落 B 的可能性為 $(0.36 + 0.2592) / 0.7824 = 0.7914$ ；會經過村落 C 的可能性為 $(0.1152 + 0.048) / 0.7824 = 0.2086$ ；會經過村落 D 的可能性為 $(0.2592 + 0.1152) / 0.7824 = 0.4785$ ；會經過村落 E 的可能性為 $0.048 / 0.7824 = 0.0613$ ；會經過村落 F 的可能性為 $(0.36 + 0.2592 + 0.1152) / 0.7824 = 0.9387$ ；會經過村落 H 的可能性為 0。

聰明的你(妳)，能否幫忙算出已知在從某出發村落可以成功抵達某目的地村落的可能性下，途中會經過某一村落的可能性為何？

輸入檔格式 (in.txt)

第一行包含 2 個正整數 n 與 m，其中 n 代表所有村落個數(n 最多 26)，m 代表所有的村落連接道路總數；接下來 m 行中記錄著村落間單行道路與能通行的可能性，每一行包括 2 個村落名稱(以英文大寫字母表示)與 1 個實數 f(f 介於 0~1 之間)表示兩村落間單行道路能通行的可能性；最後一行為出發村落、目的地村落以及某一村落的名稱。

輸出格式

一律使用螢幕輸出一個數值(印至小數第 4 位四捨五入)，代表從出發村落可以成功抵達地村落的可能性下，途中會經過某一村落的可能性。

範例 1

輸入檔

7 9

A B 0.9

A C 0.8

B D 0.4

B F 0.5

C D 0.2

C E 0.6

D F 0.9

E G 0.1

F G 0.8

A G E

範例 1

輸出

0.0613

範例 2

輸入檔

5 7

A B 0.9

A C 0.5

A D 0.6

B C 0.3

B D 0.2

C E 0.1

D E 0.6

A E C

範例 2

輸出

0.1413