

臺北市 104 學年度高級中學資訊學科能力競賽

程式設計試題

准考證號碼： _____
姓名： _____
USB 號碼： _____
評分主機帳號： _____

下表供自行記錄評分結果

題目 評分	質數加法分解 Prime_Addition	舞會 Party	大黑馬 Underdog	猜謎遊戲 Guess	搶救雷恩大兵 Saving_Ryan
時間 限制	5 秒	5 秒	5 秒	5 秒	10 秒
一					
二					
三					
四					
五					
每題 得分					

總分 _____ / 500

臺北市104學年度高級中學資訊學科能力競賽

注意事項

1. 本競賽採電腦線上自動評分，程式必須依規定上傳至評分主機。請嚴格遵守每一題目所規定之原始程式檔名及格式。若未遵守，該題將以0分計算。
2. 本練習賽採取全面回饋機制，程式上傳至評分主機後，將自動編譯並進行測試。視等待評分題數多寡，該題測試結果及該題得分數將可於短時間內得知。程式可重複上傳及評分，但同一題兩次上傳之間必須間隔二分鐘以上。每題最終分數以該題所有單次評分結果之最高分計算。
3. 程式執行時，每組測試資料執行時間個別計時（以評分主機執行時間為準）。執行時間限制如封面頁所示。程式執行超過執行時間視同未完成，該組測試資料得分將以0分計算。每題可使用記憶體空間，除非題目另有規定，以512MB為限。
4. 本次競賽程式送審時須上傳原始程式碼（.c, .cpp, .pas, .java），輸出入皆以標準輸入、標準輸出進行。注意：所有讀寫都在執行檔的工作目錄下進行，請勿自行增修輸出入檔的檔名或路徑，若因此造成評分程式無法評分，該次評分結果將以0分計算。
5. 本競賽每一題皆有不同難易度的測試資料，詳細配分及限制條件請詳各題題目說明。
6. 本競賽題目無需使用超長整數（long long）變數，請勿使用 long long 宣告變數。若因為使用該資料型態造成程式編譯或執行錯誤，導致評分程式無法正確評分，該次評分結果將以0分計算。
7. 請用主辦單位分配的隨身碟備份原始程式碼，若因任何原因而需更換電腦時，僅能將隨身碟內程式複製至新電腦，或下載已上傳至評分主機的程式碼。
8. 若以非 C/C++/Pascal/Java 程式語言撰寫程式者，請事先告知監試人員，領取評分用隨身碟。若要接受評分，需將程式編譯成可執行檔（.exe），複製至評分用隨身碟，交給監試人員送交評審評分。評分結果將以書面通知。

質數加法分解 (Prime)

問題描述

依據定義，質數就是只有 1 與該數本身兩個因數的自然數，這些數沒有辦法再分解成其他質數的乘積。而對所有的質數，我們可定義一種由加法運算構成的分解方法，將一個質數分解成相異質數的相加，例如： $5 = 3 + 2$ 、 $7 = 5 + 2$ ，然而可以預期，這樣的分解方法並不唯一，例如： $19 = 17 + 2 = 11 + 5 + 3$ ， $29 = 19 + 7 + 3 = 19 + 5 + 3 + 2 = 17 + 7 + 5$ ，而且有些數是無法進行加法分解的，例如：2 跟 3。

請寫一個程式，依照定義找出質數的加法分解方式，而為了簡化輸出結果，對於有多種分解方式的，只要列出具備較大質數那一組結果，而若最大的質數相同，則第二個質數也選擇較大的那一組，依此類推。例如質數 19 的加法分解，只要輸出 $17 + 2$ 即可；而質數 29 的加法分解結果即為 $19 + 7 + 3$ 這組答案，非 $19 + 5 + 5$ 。

輸入格式

第一列為一個正整數 n ，代表測試資料的個數， $n \leq 3,000$ 。接下來的 n 列，每一列有 1 個正整數 m_i ， $1 \leq m_i \leq 1,000,000$ ，請注意 m_i 並不一定是質數。

輸出格式

每筆測試資料各有一列輸出，即 m_i 的相異質數加法分解結果， m_i 的分解結果放在同一列，數字由大至小排列，且數字與數字之間用一個空白隔開；若所給的質數無法分解，請輸出原質數；若 m_i 並非質數，請輸出數字 0，

輸入範例	輸出範例
5	5 2
7	0
10	17 2
19	0
15	19 7 3
29	

評分說明

本題共有四組測試資料：

第一組測試資料 $n = 10$ ， $m_i \leq 100$ ，共 25 分；

第二組測試資料 $n = 20$ ， $m_i \leq 300$ ，共 25 分；

第三組測試資料 $n = 100$ ， $m_i \leq 10,000$ ，共 25 分；

第四組測試資料 $n = 3,000$ ， $m_i \leq 1,000,000$ ，共 25 分。

舞會 (Party)

問題描述

在古老的奧林匹亞舞會上，有成千上萬的男男女女們參加這場盛會，大會為了快速讓最多人能夠找到舞伴，於是想到一個特殊的方法。他們請所有與會的人分成左右兩排，每個人都可以任選一排的任意一個位置站好。若是兩排同一個位置的兩個人剛好是一位女生及一位男生，他們就可以配對成舞伴。為了最大化舞伴配對數，魔法師施展魔法讓一些人因睡著而退出排隊隊伍。舉例來說，女生的代號為 0，男生的代號為 1，若左邊一排排出來的是 $L = \langle 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0 \rangle$ 等七位，而右邊一排排出來的是 $R = \langle 1, 0, 0, 1, 1, 1 \rangle$ 等六位，此排列順序只會有四組配對成功。但魔法師施法讓左邊一排的第 2 及第 5 位睡著成為 $L' = \langle 0, 1, 0, 0, 0 \rangle$ ，同時把右邊一排的第 3 位睡著成為 $R' = \langle 1, 0, 1, 1, 1 \rangle$ 後，就能最大化配對數，即五對的舞伴。請寫一個程式計算魔法師施展魔法可得到的最大配對數。

輸入格式

輸入第一行有兩個整數 m 及 n ，以空白字元隔開；第一個數字 m 代表左邊一排的人數有 m 個，第二個數字 n 代表右邊一排的人數有 n 個。依據 m 的值，第二行有 m 個整數以空白隔開，第一個整數代表左邊一排第一個人的性別，第二個整數代表左邊一排第二個人的性別，依此類推；其中整數 0 代表女生，整數 1 代表男生，且所有的整數不是 0 就是 1。同樣地，第三行有 n 個整數以空白隔開，其中第一個整數代表右邊一排第一個人的性別，第二個整數右表左邊一排第二個人的性別，依此類推。

輸出格式

請根據輸入的資料，輸出魔法師施展魔法可得到的最大配對數。

輸入範例 1 4 5 0 0 1 0 1 1 1 1 1	輸出範例 1 3
輸入範例 2 7 6 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1	輸出範例 2 5

評分說明

本題共有四組測試資料。

第一組測試資料 $m=10, n=2$ ，共 20 分。

第二組測試資料 $1 \leq m, n \leq 10$ ，且左右兩排的人數必定相同，共 20 分。

第三組測試資料 $10 \leq m, n \leq 100$ ，且左右兩排的人數不一定相同，共 30 分。

第四組測試資料 $100 \leq m, n \leq 1000$ ，且左右兩排的人數不一定相同，共 30 分。

大黑馬 (Underdog)

問題描述

在某個校際球賽中，兩隊對決時每隊各派出奇數($2K+1$)位選手進行 $2K+1$ 場單打 (不可重覆)，贏得 $K+1$ 場或以上的隊伍勝出。每位選手的實力以 BP 積分來表示，每場單打時積分較高的選手一定獲勝。然而因為賽程的安排，有時實力組合較強的一隊未必能勝出，例如 A 隊有積分為 100, 80, 60 的三位選手，依序遭遇 B 隊積分為 90, 70, 50 的選手，將以 3:0 戰績獲勝，但若依序遭遇 B 隊積分為 50, 90, 70 的選手，則反而將以 1:2 戰績落敗。

主辦單位將各隊選手的 BP 積分加總，依序決定各隊的種子順序，總積分最高的為第一種子。為了簡化問題，我們排除總積分相同的情況。而兩位 BP 積分相同的選手對決時，則該場單打由來自總積分較高的隊伍獲勝。

然而，在實際賽程中，選手的表現偶有異常(突出或失誤)的表現，導致個別的實力(BP 積分)突然上升或下降，這些異常的表現也必須列入考慮。例如在下列的範例中，第三種子隊伍表現突出時，即可能擊敗其他兩隊。

某校的球隊是著名的黑馬，他們選手實力組合未必最強，但是卻經常意外擊敗實力組合堅強的隊伍。也就是說，他們雖然種子順序不高，卻經常爆出冷門，打敗種子順序超前許多的隊伍。請找出今年參賽的隊伍中，可能成為今年冠軍的最大黑馬。也就是，在有機會擊敗所有對手的隊伍中，且不論機率多低，總積分最少的一隊(也就是種子順序數值最大的一隊)。

輸入格式

第一行輸入 K 和 N ，以空白分開，代表每隊有 $2K+1$ 位選手，參賽隊伍數為 N 。第二行開始有 N 行，每一行有 $1+3*(2K+1)$ 個整數 $S, P_1, P_2, \dots, P_{2K+1}, U_1, U_2, \dots, U_{2K+1}, L_1, L_2, \dots, L_{2K+1}$ ，中間以空白區隔，表示種子順序 S 的隊伍由積分 $P_1, P_2, \dots, P_{2K+1}$ 的 $2K+1$ 位選手組成，為了簡化資料輸入的問題， $P_1, P_2, \dots, P_{2K+1}$ 由大至小排列，也就是 $P_1 \geq P_2 \geq \dots \geq P_{2K+1}$ ，而這些選手表現突出時，實力相當於 $U_1, U_2, \dots, U_{2K+1}$ ，但是表現失常時，實力則相當於 $L_1, L_2, \dots, L_{2K+1}$ ，且 $U_i \geq P_i \geq L_i$ 。為了簡化問題， $U_1 \geq U_2 \geq \dots \geq U_{2K+1}$ 和 $L_1 \geq L_2 \geq \dots \geq L_{2K+1}$ 也一定成立。

輸出格式

每筆測試資料輸出一行，包含兩個數字 S_1, S_2 ，中間以空白分開，代表若每位選手都無異常表現時，大黑馬是種子順序 S_1 的隊伍，但若考慮每位選手各種可能的異常表現時，大黑馬是種子順序 S_2 的隊伍。

輸入範例	輸出範例
1 3	2 3
1 100 80 60 100 80 60 100 80 60	
2 90 70 50 100 80 60 90 70 50	
3 80 60 40 100 80 60 70 50 30	

評分說明

本題共有四組測試資料。

第一組測試資料 $K \leq 2, N \leq 10, U_i = P_i = L_i$ ，共 20 分。

第二組測試資料 $K \leq 2, N \leq 15, U_i \geq P_i \geq L_i$ ，共 20 分。

第三組測試資料 $K \leq 5, N \leq 25, U_i \geq P_i \geq L_i$ ，共 20 分。

第四組測試資料 $K \leq 5, N \leq 50, U_i \geq P_i \geq L_i$ ，共 40 分。

猜謎遊戲 (Guess)

問題描述

佩佩和喬治很喜歡玩模仿對方的遊戲，但是今天他們想要改變遊戲規則，改成如果誰先模仿對方講話就算輸了。遊戲的方法與步驟是：

1. 佩佩和喬治先猜拳決定誰當出題者，誰當猜題者。
2. 出題者先寫下一個由 'A' 和 'B' 所組成且長度為 M 的字串 X ，並且不可以讓猜題者看到。
3. 猜題者寫下一個由 'A' 和 'B' 所組成且長度為 N 的字串 Y ，並且不可以讓出題者看到；當然， N 的數目一定比 M 來得大。
4. 如果猜題者的字串 Y 中存在一個子字串剛好等於出題者的字串 X ，則猜題者就算輸了，要接受處罰跑操場。
5. 猜題者可以根據出題者的字串 X ，從猜題者的字串 Y 中刪除部分的字元，直到字串 Y 中不再含有一個子字串剛好等於字串 X 。
6. 猜題者被處罰跑操場的圈數，恰好等於在步驟 5 中刪除的字元數。

例如，倘若出題者的字串是 'ABA'，而猜題者的字串是 'ABABAA'，由於後者存在一個子字串等於前者，因此判定猜題者輸了；同時，由於猜題者只要移除第三個字元，將字串改成 'ABBAA' 即可完全避免有子字串等於 'ABA'，因此猜題者只需要被處罰跑一圈操場即可。你的任務便是協助猜題者，找出最佳的策略減少被處罰跑操場的圈數。註：若猜題者的字串 Y 中不存在任何一個子字串等於字串 X ，則處罰跑操場的圈數為 0。

輸入格式

第一行為一個出題者所提供的字串，第二行為一個猜題者所提供的字串。

輸出格式

請輸出該組測資中猜題者根據最佳策略所需要被處罰跑操場的圈數。

輸入範例 1 ABA ABABAA	輸出範例 1 1
輸入範例 2 ABA ABBAA	輸出範例 2 0

評分說明

本題共有五組測試資料，每組 20 分：

第一組測試資料中， $M = 2$ 且 $2 < N \leq 10$ 。

第二組測試資料中， $2 \leq M \leq 5$ ， $2 < N \leq 20$ ，且 $M < N$ 。

第三組測試資料中， $2 \leq M \leq 10$ ， $2 < N \leq 100$ ，且 $M < N$ 。

第四組測試資料中， $2 \leq M \leq 10$ ， $2 < N \leq 1000$ ，且 $M < N$ 。

第五組測試資料中， $2 \leq M \leq 100$ ， $2 < N \leq 1000$ ，且 $M < N$ 。

搶救雷恩大兵 (Saving Ryan)

問題描述

米勒上尉收到一道緊急命令，要求將二等兵雷恩即刻護送至指定地點。米勒上尉馬上攤開戰場地圖，希望能規畫出一條最安全的路線。戰場地圖可視為一個 $N \times N$ 的表格，表格中的每個位置只可以往東、南、西、北四個鄰近的位置移動。根據情報，米勒上尉已經掌握每個位置的敵軍兵力，所謂最安全的路線，指的是這條路線上所有敵軍兵力總和最小的路線。

	1	2	3	4
1	5	3	3	1
2	2	2	3	9
3	2	1	3	1
4	2	1	1	1

圖一

	1	2	3	4
1	5	3	3	1
2	2	2	3	
3	2	1	3	1
4	2	1	1	1

圖二

以圖一為例，圖中的數字代表敵軍兵力。如果雷恩目前在 $(4, 1)$ 的位置，需要被護送到 $(1, 4)$ 的位置，則最安全的路線為 $(4, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (3, 2) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (1, 4)$ ，路線上的敵軍兵力總數是 $2+1+1+2+3+3+1 = 13$ 。

由於雷恩非常重要，因此上級決定支援米勒上尉。米勒上尉可以用「一發」死光炸彈轟炸地圖上的「一個」位置，轟炸過後該位置的敵軍將灰飛煙滅。以圖二為例，如果米勒上尉轟炸了 $(2, 4)$ 位置，則新的最安全路線將變成 $(4, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 3) \rightarrow (4, 4) \rightarrow (3, 4) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (1, 4)$ ，路線上的敵軍兵力總數是 $2+1+1+1+1+0+1 = 7$ 。

請撰寫一個程式，幫助米勒上尉找出在一發死光炸彈支援下，最安全路線的敵軍兵力總數。

輸入格式

輸入的第一行有一個正整數 N ($1 \leq N \leq 20$)，代表地圖大小為 $N \times N$ 。

接下去有 N 行，第 i 行有 N 個正整數 e_{ij} ($1 \leq e_{ij} \leq 1000, 1 \leq i, j \leq N$)，代表地圖中每個位置 (i, j) 的敵軍兵力數。數值之間以至少一個空白隔開。

下一行有一個正整數 Q ($1 \leq Q \leq N^4$)，代表可能的詢問數。

再接下去有 Q 行，每行有四個正整數 $x_{q0}, y_{q0}, x_{q1}, y_{q1}$ ($1 \leq x_{q0}, y_{q0}, x_{q1}, y_{q1} \leq N, 1 \leq q \leq Q$)。 (x_{q0}, y_{q0}) 為雷恩的出發位置， (x_{q1}, y_{q1}) 為雷恩的目的位置。數值之間以一個空白隔開。

輸出格式

請輸出 Q 筆答案，每個答案 a_q 一行，代表一發死光炸彈支援下，從 (x_{q0}, y_{q0}) 到 (x_{q1}, y_{q1}) 最安全路線的敵軍兵力總數。

輸入範例 1 3 1 10 2 1 1 100 1 100 1 2 1 1 1 2 2 1 3 3	輸出範例 1 1 3
---	-------------------------

輸入範例 2 4 5 3 3 1 2 2 3 9 2 1 3 1 2 1 1 1 3 4 1 1 4 4 4 2 3 3 1 2 4	輸出範例 2 7 5 7
--	------------------------------

評分說明

本題共有四組測試資料。

第一組測試資料所有 $e_{ij} = 1$ 。佔 10 分。

第二組測試資料若 $i \neq j$ 則 $e_{ij} = 1$ ，其餘 $(i = j)$ 且 $e_{ij} = 1000$ 。佔 10 分。

第三組測試資料所有詢問的目的位置均相同 ($x_{11} = x_{21} = x_{31} = \dots = x_{Q1}$, $y_{11} = y_{21} = y_{31} = \dots = y_{Q1}$)，佔 40 分。

第四組測試資料，沒有特別的條件限制，佔 40 分。