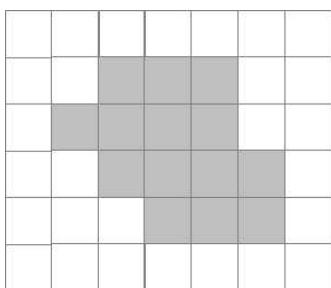


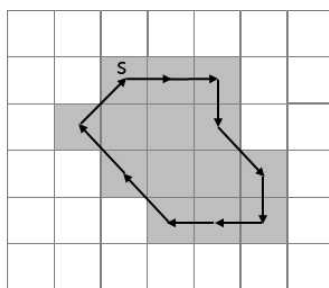
## 物件輪廓 (contour)

### 問題描述

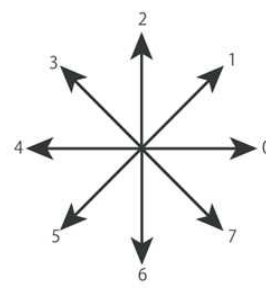
建置具人工智慧的計算模型常需要有標註的訓練資料，以自動影像辨識為例，工程師要搜集許多的影像，以及標註出每張影像中出現的物件。阿華是新進的實習生，負責標註影像。他利用二元遮罩圖(只有 0 和 1 的數值)將物件位置記錄下來(請參考圖一)，其中白色格子(以 0 表示)為背景，灰色格子(以 1 表示)為物件。接下來，為了節省儲存空間，物件的輪廓可以用一個方向序列來儲存，如圖二所示。阿華定義了八個方向，每個方向有一個固定的號碼(請見圖三)。這個簡易的輪廓編碼方法為先選擇最上面的物件格子，若有多個物件格子同高度，則選擇最上面且最左邊的格子。以圖二來說，我們從標記 s 的格子開始編碼。沿著物件輪廓以順時針方向前進，得到一個方向序列如下：右(0)、右(0)、下(6)、右下(7)、下(6)、左(4)、左(4)、左上(3)、左上(3)、右上(1)。請注意，這些待標註的影像有下列現象：每張影像只有一個物件，物件的格子數量至少為三個，物件必為實心。此外，除了輪廓起點(亦為終點)之外，輪廓上的格子只能經過一次。由於手動轉換太耗時了，請寫一個程式將遮罩圖自動轉換為方向序列。



圖一



圖二



圖三

### 輸入格式

1. 第一列有兩個正整數  $R$  和  $C$  ( $2 \leq R, C \leq 1000$ )，代表遮罩圖有幾列與幾行。
2. 接下來有  $R$  列，每一列有  $C$  個 0 或 1 的數值，0 代表背景，1 代表物件。

### 輸出格式

輪廓編碼後的數字序列，數字之間不必以空白隔開。

<b>輸入範例 1</b> 6 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0	<b>輸入範例 2</b> 2 3 0 1 0 0 1 1	<b>輸入範例 3</b> 3 3 0 0 1 1 1 1 1 1 1
<b>輸出範例 1</b> 0067644331	<b>輸出範例 2</b> 742	<b>輸出範例 3</b> 6644201

### 評分說明

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為 1 秒。本題有 5 子題，每一子題所有測試資料皆正確答對才獲得該子題分數，其中：

第一子題組 [21分]， $2 \leq R, C \leq 10$ ，物件為長方形，物件不會出現於影像邊緣。

第二子題組 [23分]， $2 \leq R, C \leq 10$ ，物件為長方型。

第三子題組 [27分]，物件為長方形。

第四子題組 [19分]，物件不會出現於影像邊緣。

第五子題組 [10分]，無額外限制。

## 情報搜集 (intel)

### 問題描述

伊森是情報局的主管，情報局的情報員潛伏在世界各地，隨時都有可能傳回情報。由於情報內容屬於機密，因此以一連串的數字來代表情報內容。例如一條情報可能是  $[1, 2, 3, 4, 5]$ ，而另一條情報是  $[7, 6, 5, 4, 3, 2, 1]$ 。

情報員傳回的情報內容有可能是新的情報，但也可能只是一條既有情報的擴充情報。以  $x_i$  代表伊森依時間先後收到的第  $i$  條情報，若  $x_i$  和  $x_j$  ( $j > i$ ) 的內容從頭算起有至少一個數字相同，則  $x_j$  就是  $x_i$  的擴充情報。我們以  $P(x_i, x_j)$  代表  $x_i$  和  $x_j$  從頭算起的最長相同連續數字序列的長度。例如若  $x_1 = [1, 2, 3, 4, 5]$ 、 $x_2 = [1, 2, 3, 5, 4]$ 、 $x_3 = [1, 2, 3, 5, 6, 7]$ ，則  $P(x_1, x_2) = 3$  (前 3 個數字相同，都是  $[1, 2, 3]$ )， $P(x_2, x_3) = 4$  (前 4 個數字相同，都是  $[1, 2, 3, 5]$ )。

伊森訂定了一個量化指標  $V(x_j)$ ，以便在收到一條情報  $x_j$  時評估該情報的價值，其公式如下：

$$V(x_j) = \text{len}(x_j)^2 - Y_j \cdot \|\{x_i \mid P(x_i, x_j) = Y_j, 1 \leq i < j\}\|$$

$$Y_j = \max_{1 \leq i < j} P(x_i, x_j)$$

說明如下：

- (1)  $\text{len}(x)$  代表情報  $x$  的長度；
- (2)  $\|X\|$  代表集合  $X$  中的元素個數；
- (3)  $Y_j$  是對所有情報  $x_i$  ( $1 \leq i < j$ ) 計算  $P(x_i, x_j)$ ，取最大值。

舉例來說，伊森依序收到五條情報，依量化指標計算每條情報價值如下表：

情報	情報內容	價值	備註
$x_1$	$[1, 2, 3, 4, 5]$	$5^2 - 0 = 25$	第一條情報必定不是擴充情報
$x_2$	$[1, 2, 5, 4, 3]$	$5^2 - 2 \cdot 1 = 23$	$P(x_1, x_2) = 2$ (前 2 個數均為 $[1, 2]$ )
$x_3$	$[4, 2, 3, 4, 5]$	$5^2 - 0 = 25$	$x_3$ 的第一個數字和 $x_1$ 、 $x_2$ 均不同。
$x_4$	$[1, 2, 3, 5, 6, 7]$	$6^2 - 3 \cdot 1 = 33$	$P(x_1, x_4) = 3$
$x_5$	$[1, 2, 3, 6]$	$4^2 - 3 \cdot 2 = 10$	$P(x_1, x_5) = P(x_4, x_5) = 3$

因此上述五條情報的總價值即為  $25+23+25+33+10 = 116$ 。請撰寫一個程式，給定伊森依序收到的情報，計算出所有情報的價值總和。

### 輸入格式

第一列有一個正整數  $N$  ( $1 \leq N \leq 10,000$ )，代表情報的數目。接下去有  $N$  列，每一列為一個情報，第一個數字  $L$  ( $1 \leq L \leq 200$ ) 代表情報內容有幾個數值，後續有  $L$  個數值(數值範圍為 0 至 9,999)，任兩個數值以空白間隔。

### 輸出格式

輸出所有情報的總價值

<b>輸入範例 1</b> 3 5 1 2 3 4 5 4 1 2 3 4 3 1 1 1	<b>輸入範例 2</b> 5 5 1 2 3 4 5 5 1 2 5 4 3 5 4 2 3 4 5 6 1 2 3 5 6 7 4 1 2 3 6
<b>輸出範例 2</b> 44	<b>輸出範例 2</b> 116

**評分說明**

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為 1 秒。本題有 3 子題，每一子題所有測試資料皆正確答對才獲得該子題分數，其中：

第一子題組 [29 分]， $N \leq 1,000$ 。

第二子題組 [33 分]， $N \leq 5,000$ 。

第三子題組 [38 分]， $N \leq 10,000$ 。

## 套圈圈遊戲 (circle)

### 問題描述

這是一個幾乎失傳的古老套圈圈遊戲，玩家站在一個圓形場地的中間，而在場地的周圍圓周上散佈著  $n$  個物品，若從玩家前方的位置開始算起，依照順時針方向依序為物品  $1, 2, 3, \dots, n$ ，並且每一個物品上都各自標示了一個不大於  $K$  的正整數號碼，分別為  $V_1, V_2, \dots, V_n$ 。

在每一場遊戲中，玩家可以領到  $n$  個圓環，並且必需將圓環丟向其中一個物品，假設可以成功套中一個物品，將能依照遊戲規則獲得積分；在  $n$  個圓環使用完畢後，依照分數的總和，可以換得對應的獎品。詳細的遊戲規則如下：

1. 在某次的嘗試中，假設玩家沒有套中物品，則視為失敗，該次嘗試的得分為 0；
2. 在某次的嘗試中，假設玩家成功套中物品  $i$ ，且物品  $i$  依照順時針順序的下一個物品為  $a$ ，依照逆時針順序的下一個物品為  $b$ ，則該次嘗試的得分為  $V_a * V_b$ ，同時物品  $i$  將被從遊戲中移除；
3. 倘若在遊戲中只剩下最後兩個物品為  $i$  和  $j$ ，則物品  $i$  依照順時針順序或逆時針順序的下一個物品皆為  $j$ ，若玩家成功套中物品  $i$  的得分為  $V_j * V_j$ ；同理，物品  $j$  依照順時針順序或逆時針順序的下一個物品皆為  $i$ ，若玩家成功套中物品  $j$  的得分為  $V_i * V_i$ ；
4. 倘若在遊戲中只剩下最後一個物品為  $i$ ，則玩家成功套中該物品後的得分為  $V_i$ 。

為了知道不同的遊戲設定下可以獲得的最高積分，請依照遊戲的規則，在採取可獲得最高分的策略下，可以達到的最高積分總和。

### 輸入格式

輸入資料的第一行有一個正整數  $n$ ，第二行為  $n$  個以一個空白符號相間格且不大於  $K$  的正整數，分別依序代表第一個到第  $n$  個物品的號碼。

### 輸出格式

請根據輸入的資料，輸出可以達到的最大積分總和。

<b>輸入範例 1</b> 2 1 3	<b>輸出範例 1</b> 12
<b>輸入範例 2</b> 3 1 3 5	<b>輸出範例 2</b> 45

### 評分說明

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為 1 秒。本題有 5 子題，每一子題所有測試資料皆正確答對才獲得該子題分數，其中：

- 第一子題組 [14分]， $n = 2$ ， $K=1,000$ 。
- 第二子題組 [18分]， $n = 3$ ， $K=1,000$ 。
- 第三子題組 [25分]， $1 < n \leq 5$ ， $K=100$ 。
- 第四子題組 [23分]， $5 < n \leq 10$ ， $K=100$ 。
- 第五子題組 [20分]， $10 < n \leq 100$ ， $K=100$ 。

## 海盜寶藏 (treasure)

### 問題描述

海賊王將他的寶物藏在大海中的某個地方，並且用一個秘密整數來代表寶藏的所在地。為了不讓這個寶藏被其他人找到，海賊王將這個秘密整數編碼後拆分給所有的海賊團成員。秘密整數拆分的方式如下：

海賊團總共有  $N$  個成員，成員編號為  $1, 2, \dots, N$ ，海賊王從這  $N$  個人當中選擇部分成員當作是秘密團體，團員名單只有海賊王自己知道。海賊王以這  $N$  個成員構成一張圖，每位成員為一個節點，節點間的連線以隨機的方式產生，但是有確保滿足下面兩個條件：

1. 秘密團體成員的節點互不相連，非秘密團體的成員間可以直接相連。
2. 非秘密團體成員的節點則一定會跟恰好一位秘密團體成員的節點相連。

接下來海賊王把該秘密整數拆成  $N$  個整數，每個整數大小不一，但相加後會得到原來的秘密整數。海賊王把這  $N$  個數字分配給圖上的  $N$  個節點，接下來每個節點同步將該節點及相鄰節點的數字加總，成為該節點的最終數字。海賊王把此節點的最終數字分配給對應的手下。海賊王知道，只要把秘密團體成員手上的數字進行加總，就可以還原本來的秘密整數。

海賊王死後，海軍花了很大的力氣得到了當初海賊王所設計的那張圖，也抓到了所有海賊團的成員、問出他們被分配到的數字，但仍不知道秘密團體的成員名單因而無法知道那個秘密整數。請寫個程式找出該秘密整數。為了避免整數溢位的問題，本題採模數運算。

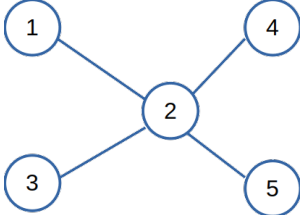
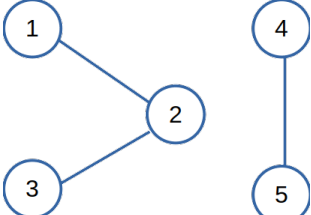
### 輸入格式

第一行有一個整數  $N$ ，用來代表海賊團成員的數目，第二行是一個質數  $P$ ，作為接下來所有運算的模數。接下來有  $N$  行，用來紀錄每個海賊團成員編號 1 號到  $N$  號的資訊。每一行有  $N+1$  個整數，第一個整數是該成員所被分配到的數字，後面  $N$  個數字用以表示該成員代表的節點和編號 1 號到  $N$  號代表節點的關係，0 代表沒有兩個節點間沒有連線，1 代表有連線，2 代表是自己。所有的數字都是 32 位元有號整數可以包含的範圍。

### 輸出格式

輸出為一個整數值，為代表寶藏位置的秘密整數。本題保證輸出的結果為唯一解，並且是一個 32 位元範圍內的整數。

<b>輸入範例 1</b> 5 19 9 2 1 0 0 0 17 1 2 1 1 1 7 0 1 2 0 0 2 0 1 0 2 0 11 0 1 0 0 2	<b>輸入範例 2</b> 5 23 13 2 1 0 0 0 21 1 2 1 0 0 8 0 1 2 0 0 6 0 0 0 2 1 6 0 0 0 1 2
<b>輸出範例 1</b> 17	<b>輸出範例 2</b> 4

<p>說明： 秘密團體成員只有一位，就是{2}，而經過計算可得知秘密整數是 17。</p> 	<p>說明： 秘密群體可能是{2, 4}或是{2, 5}，無論是哪一組，經過計算可得知秘密整數是 4。</p> 
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**評分說明**

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為 1.5 秒。本題有 3 子題，每一子題所有測試資料皆正確答對才獲得該子題分數，其中：

- 第一子題組 [27 分]， $N \leq 20$ ，而且秘密群體的可能性是唯一的。
- 第二子題組 [27 分]， $N \leq 1000$ ，而且秘密群體的可能性是唯一的。
- 第三子題組 [46 分]， $N \leq 1000$ ，而且秘密群體有複數種可能。

## 關鍵人物 (key person)

### 問題描述

學校有  $n$  位學生，學生學號由 1 編號至  $n$ 。學生們任二人可以是「互為朋友」或是「互不認識」(任二人必滿足此二關係之一)。若有一群人兩兩互為朋友，則稱這群人形成一個「朋友圈」。雖然朋友圈的人數不盡相同，人數最多的，稱為「重要朋友圈」。學生可能屬於多個重要朋友圈，而屬於最多重要朋友圈的學生則稱為「關鍵人物」。請注意，單獨一人也可自成一個朋友圈 (表示該學生和任何其他學生都互不認識)。

學生會想對校內的關鍵人物進行訪談，負責的幹部發現學號隱含了一個特殊意義，亦即任找三人 (假設學號為  $x, y, z$ )，若  $x < y < z$  且  $x$  與  $z$  互為朋友，則  $x$  與  $y$  也必互為朋友。給定每位同學的朋友資訊，請找出所有的關鍵人物。

### 輸入格式

第一行有一個正整數  $n$ ，表示共有  $n$  位學生，學號分別為 1 至  $n$ 。接下來共有  $n$  行，每行有兩個正整數  $x$  與  $y$ ，若  $x$  不等於  $y$ ，表示與  $x$  互為朋友的學生中有人的學號大於  $x$ ，且其中學號最大者為  $y$ ；若  $x=y$ ，表示與  $x$  互為朋友的所有學生中，學號都比  $x$  小。編號 1 至  $n$  必會在這  $n$  行第一個整數  $x$  各出現一次。

### 輸出格式

輸出所有關鍵人物的編號，由小而大，一行一個編號。

<b>輸入範例 1</b> 5 1 3 4 5 2 2 5 5 3 4	<b>輸入範例 1 說明</b> 學校共有 5 位學生。和學號 1 互為朋友的人中，學號最大者為 3 (亦即學號 4 與 5 一定和學號 1 學生互不認識)。和學號 4 互為朋友的學生中，學號最大者為 5。學號比 2 大的學生中，沒有人 and 2 互為朋友 (亦即學號 3、4、5 皆和學號 2 學生互不認識)。和學號 3 互為朋友的學生中，學號最大者為 4 (亦即學號 5 和學號 3 學生互不認識)。	<b>輸入範例 2</b> 5 2 3 5 5 3 5 4 5 1 3
<b>輸出範例 1</b> 1 3 4	<b>輸出範例 1 說明</b> 共有三位關鍵人物，分別為編號 1, 3, 4 這三人。	<b>輸出範例 2</b> 3

### 評分說明

輸入包含若干筆測試資料，每一筆測試資料的執行時間限制(time limit)均為 1 秒。本題有 2 子題，每一子題所有測試資料皆正確答對才獲得該子題分數，其中：

第一子題組 [37 分]， $1 \leq n \leq 10$ 。

第二子題組 [63 分]， $1 \leq n \leq 10^4$ 。



## 社交分組 (social grouping)

### 問題描述

社交軟體網路公司要分析線上活動參與者動態，找出尚未有互動的參與者以便思考可吸引互動的策略。已知該活動共有  $n$  名參與者，其代號為  $1, 2, 3, \dots, n$ ，及  $m$  筆參與者互動紀錄。請把所有參與者分組，每一組內的參與者都相互尚未有互動紀錄，且組數要越少越好。

以輸入範例1為例，共有7位參與者及11筆互動紀錄：參與者1, 4; 參與者1, 6; 參與者2, 3; 參與者2, 5; ...; 參與者4, 7; 參與者6, 7。以此紀錄，最少需要把7位參與者分成3組，每組的參與者分別為  $\{2, 4, 6\}$ ,  $\{5\}$ ,  $\{1, 3, 7\}$ ，方能使得組內參與者都尚未有互動紀錄。本範例或有其他符合條件的參與者分組方式，但最少都需要分成三組。

### 輸入格式

輸入資料的第一行為兩個正整數  $n, m$ ， $n \leq 10,000, m \leq 20,000,000$ 。接下來的  $m$  行每行有兩個正整數  $a, b$ ，表示參與者  $a, b$  有互動紀錄。這  $m$  行已經排序，先以  $a$  排序再以  $b$  排序，且互動紀錄不會重複出現。

### 輸出格式

第一行請輸出符合條件的最少組數。接下來每行分別輸出每一組的參與者代號。

輸入範例 1	輸出範例 1
7 11	3
1 4	2 4 6
1 6	5
2 3	1 3 7
2 5	
2 7	
3 4	
3 5	
3 6	
4 5	
4 7	
6 7	

**評分說明**

本題為 Output-only。請就給定的10組測試資料，分別上傳符合輸出格式的文字檔。上傳之檔案名稱如下。不同測資的結果可以分次上傳，也可重複上傳。每一組測資各佔10分，共100分。

測資	上傳輸出檔案名稱	測資	上傳輸出檔案名稱
input_01.txt	output_01.txt	input_06.txt	output_06.txt
input_02.txt	output_02.txt	input_07.txt	output_07.txt
input_03.txt	output_03.txt	input_08.txt	output_08.txt
input_04.txt	output_04.txt	input_09.txt	output_09.txt
input_05.txt	output_05.txt	input_10.txt	output_10.txt