

露營區 (camping)

問題描述

學校要辦實體戶外教學了，而這次活動包括在歡樂牧場隔宿露營！歡樂牧場有兩個營區，其中一個有大草皮，另一個有遊戲設施。為了讓學生們有個難忘的回憶，學校包下兩個營區，每個營區都可以容納所有的學生，但每個學生都只會被分配至一個營區。因此，學校事先做了問卷調查，蒐集每個學生針對兩個營區的「喜好度」，及希望被安排在同營區的同學之加分幅度。學校希望能依整體喜好度加上同營區加分後最大總和來分配營區。

舉例來說，假設有 5 位學生，編號為 S1, S2, S3, S4, S5。問卷顯示，他們對於大草皮營區的喜好度分別為 1、5、4、3、2，對於遊戲營區的喜好度則各為 4、2、1、5、3。而 S3 與 S5 希望能被安排在同一個營區，如此安排喜好度就能增加 7 分。上述範例中，最佳的安排為 S1 與 S4 號學生在遊戲營區，其他學生在大草皮營區，因為此安排的總喜好度為 $(4+5+4+5+2)+7=27$ ，是所有可能的安排中，喜好度總和最大的安排。

請寫一個程式分配營區，讓此安排有最大的喜好度總和。

輸入格式

1. 第一列有兩個正整數 N ($1 \leq N \leq 300$) 與 M ($0 \leq M \leq C^N_2$)，分別代表學生的人數與好朋友對數。
2. 第二列有 n 個正整數 x_1, x_2, \dots, x_N ($1 \leq x_i \leq 10^4$)，分別代表 S1 至 S_N 同學對於大草皮營區的喜好度。
3. 第三列有 n 個正整數 y_1, y_2, \dots, y_N ($1 \leq y_i \leq 10^4$)，分別代表 S1 至 S_N 同學對於遊戲營區的喜好度。
4. 最後有 M 行，每行有三個正整數 i, j, a ($1 \leq i, j \leq N, 1 \leq a \leq 10^4$)，表示若 S_i 與 S_j 學生 (i 與 j 必不相同) 在同個營區，喜好度可增加 a 。

輸出格式

最大喜好度總和。

| 輸入範例 1 | 輸出範例 1 | 輸入範例 2 | 輸出範例 2 |
|--|--------|--|--------|
| 5 1 1 5 4 3 2 4 2 1 5 3 3 5 7 | 27 | 5 3 1 5 4 3 2 4 2 1 5 3 1 3 5 2 1 6 2 5 2 | 30 |

評分說明

本題有四子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [15 分]， $1 \leq N \leq 15$ ， $M = 0$ 。

第二子題組 [15 分]， $1 \leq N \leq 15$ ， $0 \leq M \leq C^N_2$ 。

第三子題組 [25 分]， $1 \leq N \leq 300$ ， $M = 0$ 。

第四子題組 [45 分]， $1 \leq N \leq 300$ ， $0 \leq M \leq C^N_2$ 。

卡片遊戲 (card game)

問題描述

在校慶的園遊會上，遊戲社設計了一個遊戲如下：電腦產生 N 張遊戲卡，每張卡片上正面都有一個正整數，卡片的數字可以相同。遊戲一開始，所有的卡片都正面朝下排成一列。接下來玩家任選兩張相鄰的卡片比正面上數字的大小，較小的那張卡片被移除，較大數字則累加至罰分。若兩張數字一樣，則捨棄任何一張，留下來那張卡片上的數字仍須累加至罰分。玩家持續選擇相鄰的卡片比大小直至剩下一張為止。遊戲結束時，若玩家的罰分低於所預設的罰分上限，即可獲得一盒桌遊。

舉例來說，若總共有 7 張卡片，且卡片上的正整數依序為 5, 7, 5, 4, 5, 2, 5。若選擇的順序以括號表示為：[[5, 7], [5, [4, 5]], [2, 5]]，罰分為 $7+5+5+5+5+7=34$ 。



為了確保玩家有一定機會可以贏得桌遊，遊戲社希望將罰分上限設為最低罰分與最高罰分之間。最高罰分可以用公式算的出來，但最低罰分的計算較為不易。請幫遊戲社寫一個計算最低罰分的程式，以便設定給獎罰分上限。

輸入格式

輸入第一列有一整數 N ($1 \leq N \leq 500,000$)，代表卡片數量。第二列有 N 個不同的正整數 x_i ($1 \leq x_i \leq 500,000$)，依序代表第 1 張至第 n 張卡片正面的數字。

輸出格式

請計算並輸出在最佳的選擇順序下之最低罰分。

| | |
|-----------------------------|---------------|
| 輸入範例 1 | 輸出範例 1 |
| 7 5 7 5 4 5 2 5 | 34 |
| 輸入範例 1 | 輸出範例 1 |
| 10 3 6 2 15 3 13 1 7 2 5 | 87 |

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [18 分]， $N \leq 20$ ， $0 < x_i \leq 100$ 。

第二子題組 [29 分]， $N \leq 5,000$ ， $0 < x_i \leq 500,000$ 。

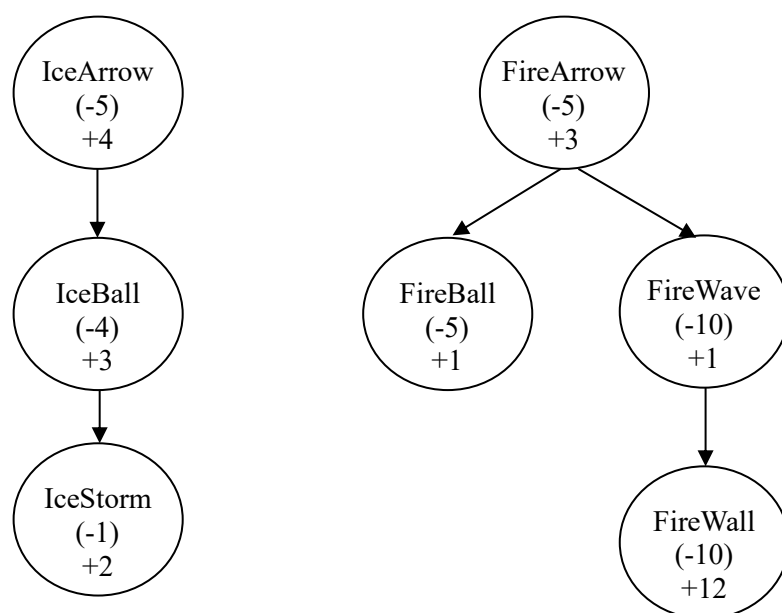
第三子題組 [53 分]， $N \leq 500,000$ ， $0 < x_i \leq 500,000$ 。

技能樹 (skill tree)

問題敘述

小李最近喜歡上一款角色扮演遊戲，他尤其喜歡遊戲一開始創造角色的環節，可以自由運用有限的經驗點數來選擇角色的技能。遊戲中會有所謂的技能樹，其中每個技能 s_i 需要耗費 c_i 點的經驗點數才能獲取，獲取後可為角色增加 a_i 點攻擊力。除了需要足量的經驗點數之外，每個技能會有最多一個前置技能；如果技能 s_i 的前置技能為 s_j ，則一定要先獲取 s_j 才能獲取 s_i 。

下圖是一個技能樹範例，遊戲中有七種技能，IceArrow 需花費 5 點經驗點數，提升 4 點攻擊力；IceBall 需花費 4 點經驗點數，提升 3 點攻擊力，其餘技能之資訊依此類推。IceArrow 為 IceBall 的前置技能，IceBall 為 IceStorm 的前置技能。FireArrow 為 FireBall 和 FireWave 的前置技能，FireWave 為 FireWall 的前置技能。



假設可運用的經驗點數為 5 點，則小李可以選擇 IceArrow 技能或 FireArrow 技能，選擇 IceArrow 可獲得較高的攻擊力點數。

如果可運用的經驗點數為 10 點，則選擇 IceArrow、IceBall、IceStorm 可獲得 $4+3+2=9$ 點攻擊力，而選擇 IceArrow 和 FireArrow 可獲得 $4+3=7$ 點攻擊力，選擇 FireArrow 和 FireBall 可獲得 $3+1=4$ 點攻擊力。因此選擇 Ice 系列的三個技能獲得的攻擊力最高。

給定技能樹資訊及可運用的經驗點數，請計算可獲得的最高攻擊力點數總和。

輸入格式

輸入第一列有一個正整數 N ($1 \leq N \leq 200$)，代表有幾種技能。接下去有 N 列，每列有一個字串 s_i (長度不超過 20 個字元，僅含英文字母， $1 \leq i \leq N$) 和兩個整數值 c_i ($-10 \leq c_i \leq -1$, $1 \leq i \leq N$) 和 a_i ($1 \leq a_i \leq 10$, $1 \leq i \leq N$)，彼此以空白間隔； s_i 代表技能名稱， c_i 代表選擇該技能需花費的經驗點數， a_i 代表選擇該技能獲得的攻擊力點數。技能名稱不會重覆，也不會存在矛盾的前置技能關係 (如不會發生 s_1 為 s_2 的前置技能、 s_2 為 s_3 的前置技能， s_3 又為 s_1 的前置技能)。

接下去一列有一個非負整數 M ($0 \leq M < N$)，代表有多少對技能前置關係。然後有 M 列，每列有兩個字串 x_j 和 y_j ($1 \leq j \leq M$)，代表技能 x_j 為技能 y_j 的前置技能，兩個字串間以空白間隔。最後一列有一個非負整數 E ($0 \leq E \leq 2000$)，代表擁有的經驗點數。

輸出格式

請輸出一個整數，代表在給定的經驗點數下，最多能獲得多少攻擊力點數。

| | |
|--|---|
| <p>輸入範例 1 3 IceArrow -5 4 IceBall -4 3 IceStorm -1 2 2 IceArrow IceBall IceBall IceStorm 5</p> | <p>輸出範例 1 4</p> |
| <p>輸入範例 2 3 IceArrow -5 4 IceBall -4 3 IceStorm -1 2 2 IceArrow IceBall IceBall IceStorm 10</p> | <p>輸出範例 2 9</p> |
| <p>輸入範例 3 7 IceArrow -5 4 IceBall -4 3 IceStorm -1 2 FireArrow -5 3 FireBall -5 1 FireWave -10 1 FireWall -10 12 5 IceArrow IceBall IceBall IceStorm FireArrow FireBall FireArrow FireWave FireWave FireWall 25</p> | <p>輸出範例 3 16</p> <p>說明：選擇 FireArrow、FireWave 和 FireWall 可獲得 $3+1+12=16$ 點攻擊力。</p> |

評分說明

本題有四子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [11 分]， $M = N - 1$ ，且 $x_j = s_j$ ， $y_j = s_{j+1}$ ， $1 \leq j \leq N - 1$ 。

第二子題組 [19 分]， $M = 0$ 。

第三子題組 [28 分]， $N \leq 20$ ， $0 \leq M < N$ 。

第四子題組 [42 分]， $N \leq 200$ ， $0 \leq M < N$ 。

保密審查 (censorship)

問題描述

台灣秘密製造公司 (Taiwan Secret Manufacturing Company, TSMC) 負責許多重要的機密軍事武器研發工作，為了避免機密資料外流，設有嚴格的管控措施，包含每天出入公司大門時，都需要回報當天的通行碼，若回報正確才會獲得放行。

這個出入大門的通行碼，是個長度大於等於 1 且小於 N 的字串，由 a 至 z 的小寫字母組成，同一字母可重複出現於通行碼中。由於該公司的大樓內部存在許多重要機密文件，為了避免通行碼資訊外流，因此公司的資訊部門也針對公司的對外通訊做了嚴密的監控，禁止在通訊內容中直接夾雜了當日的通行碼；倘若在檢測過程中發現通訊內容夾雜了通行碼，資訊部門會直接將其攔截，並將通行碼的部分刪除，以免資訊外流；若通訊內容中同時出現多次通行碼，每次只會刪除最先出現的通行碼內容；另外，對於修改後的通訊內容亦會被反覆再次檢查，直到完全不存在通行碼後，才會將通訊內容放行。

例如，若通行碼為 “s”，而通訊內容為 “scatter”，由於通訊內容中存在通行碼，因此會被直接移除後，只剩下 “catter” 的通訊內容再放行。另外，若通行碼為 “aba”，而通訊內容為 “abababa”，由於通訊內容中存在通行碼，因此會被直接移除第一次出現的通行碼後，只剩下 “baba” 的通訊內容，由於仍然存在通行碼，因此會被再次移除後，只剩下 “b” 的通訊內容再放行。

請撰寫一個程式，針對長度為 M 的通訊內容 (內容由 a 至 z 的小寫字母組成，同時允許字母重複出現)，以及當日的通行碼，進行保密審查，並輸出最後放行的通訊內容。註：為了簡化起見，本題保證最後放行的通訊內容，至少存在一個 a-z 的字元。

輸入格式

輸入資料的第一列為兩個正整數 N 和 M ，分別代表通行碼和原始通訊內容的字串長度。第二列為通行碼的字串，第三行則為原始通信內容的字串。其中第二列和第三列的字串，皆由 a 至 z 的小寫字母組成，同時允許字母重複出現。

輸出格式

請根據輸入的資料，輸出在保密審查後，最後放行的通訊內容。

| | |
|--------------------------------------|--|
| 輸入範例 1 1 7 s scatter | 輸入範例 2 3 7 aba abababa |
| 輸出範例 1 catter | 輸出範例 2 b |

評分說明

本題有五子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [8分]， $N = 1$ ， $M < 100$ 。

第二子題組 [9分]， $N = 2$ ， $M < 100$ 。

第三子題組 [13分]， $2 < N < 10$ ， $M < 1,000$ 。

第四子題組 [15分]， $2 < N < 100$ ， $M < 10,000$ 。

第五子題組 [55分]， $49 < N < 1000$ ， $M < 600,000$ 。

排名表 (ranking)

問題描述

資訊研究社發展了一款線上益智遊戲，每天只要順利解出三題以上，「益智力」就會增加 1 點，若未解出三題以上，點數就不會增加。每天晚上 10pm，系統自動統計該天有解出三題以上的玩家，將其「益智力」增加 1 點，然後更新遊戲排名，「益智力」最高者排第 1 名，次高者排第二名，依此類推。若有同分者，則並列該名次，但下一個名次則需視並列入數往後設定；例如若有三人並列第 5 名，下一個名次就是第 8 名(跳過名次 6、7)。每隔一段時間，社團會依「平均名次」寄發獎品。

舉例來說(同輸入範例 1)，若有 4 人，S1, S2, S3, S4，參加此線上遊戲。第一天晚上有 2 人獲得益智點數 (S1, S3)，第二天晚上也有 2 人獲得益智點數 (S2, S3)，第三天晚上有 3 人獲得益智點數 (S1, S3, S4)。那麼每天晚上更新點數後的排名如下表所示，及在第三天晚上計算平均名次的結果。例如 S1 前三天的排名分別為 1, 2, 2，因此平均名次為 $(1+2+2)/3 = 1.667$ 。

| | 第一天 點數/排名 | 第二天 點數/排名 | 第三天 點數/排名 | 三天下來 平均名次 |
|----|--------------|--------------|--------------|--------------|
| S1 | 1/1 | 1/2 | 2/2 | 1.667 |
| S2 | 0/3 | 1/2 | 1/3 | 2.667 |
| S3 | 1/1 | 2/1 | 3/1 | 1.000 |
| S4 | 0/3 | 0/4 | 1/3 | 3.333 |

請寫一個程式，自動計算第 N 天點數結算後每位玩家的平均名次。

輸入格式

輸入第一列有兩個整數 $N(1 \leq N \leq 300,000)$ 、 $M(1 \leq M \leq 300,000)$ ，依序代表玩家人數(編號 1, ..., N)及資料統計天數。接下來的 M 列，每一列有一或多個整數，第一個整數 $k(0 \leq k \leq N)$ 代表有 k 位玩家該天獲得益智點數 1 點，後面的 k 個整數代表是哪幾位玩家(編號)獲得點數。

輸出格式

請輸出每位玩家在第 M 天結算後的平均名次，四捨五入至小數點後三位。

| 輸入範例 1 | 輸出範例 1 | 輸入範例 2 | 輸出範例 2 |
|---------|--------|---------|--------|
| 4 3 | 1.667 | 4 3 | 1.000 |
| 2 1 3 | 2.667 | 3 3 1 2 | 1.667 |
| 2 2 3 | 1.000 | 0 | 1.000 |
| 3 1 3 4 | 3.333 | 3 3 4 1 | 3.667 |

評分說明

本題有四子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [13 分]， $N \leq 35$ ， $M \leq 40$ 。

第二子題組 [18 分]， $N \leq 2,000$ ， $M \leq 1,000$ 。

第三子題組 [23 分]， $N \leq 100,000$ ， $M \leq 300,000$ 。

第四子題組 [46 分]， $N \leq 300,000$ ， $M \leq 300,000$ 。

購買飼料 (purchasing)

題目敘述

王老先生經營了一座農場，裡面飼養了許多動物。餵養這些動物每天需消耗大量的飼料，因此王老先生需要不時的去添購。經過一段時間，他發現飼料的價格雖然會隨著時間有所波動，但是是可以預測的。他希望能藉由飼料每日的單位價格的預測值以及農場每日的飼料需求量，來決定飼料購買的時間點與量，希望以最少的花費買到足量的飼料。每日購買的飼料可於當日立即使用以及儲存起來供未來使用。已知王老先生的農場最多能儲存 B 單位的飼料，且其中已有 b 單位的飼料，給定未來 n 日的每日飼料單價以及每日飼料需求量，請幫王老先生計算最少的花費以滿足這 n 日的飼料需求。

舉例來說，考慮 $n=3, B=5, b=2$ 的情況，即農場的飼料儲存上限為 5 單位，目前已存放了 2 單位，欲計算未來 3 日的最少飼料花費。未來 3 日的飼料價格以及每日需求量如下表：

| | 第 1 日 | 第 2 日 | 第 3 日 |
|------------|-------|-------|-------|
| 飼料單位價格 | 4 | 3 | 8 |
| 飼料需求量 (單位) | 1 | 3 | 5 |

一個可能的購買方式為第一天不買，第二天買入 2 單位，第 3 天買入 5 單位。第一天的需求量為 1 單位；這樣第一天過後還有 1 單位的飼料，第二天加上買入的 2 單位飼料後，可滿足當日需求；第三天買入 5 單位也可滿足當日需求。因此總花費為 $4 \times 0 + 3 \times 2 + 8 \times 5 = 46$ 。一個最佳的購買方式為第一天不買，第二天購入 7 單位 (加上第一天剩餘的 1 單位，使用第二天需要的 3 單位後，還有 5 單位，在可儲存的範圍內)，第三天不買，這樣所需的花費共 21。注意，單日的購買量可以超出農場的飼料儲存上限，只要消耗完當日需求的飼料量後，剩餘的飼料量低於庫存上限即可。

輸入格式

第一列有三個正整數 n 、 B 與 b ，各變數的意思如題目敘述，其中若 $B=-1$ 代表農場庫存量無上限。接下來有 2 列，每列有 n 個正整數；第一列的數字為未來 n 日的飼料價格 x_1, x_2, \dots, x_n ，其中 x_i 為第 i 日的飼料單價；第二列的數字為未來 n 日的飼料需求量 y_1, y_2, \dots, y_n ，其中 y_i 為第 i 日的飼料需求量，即第 i 日需要 y_i 單位的飼料。

測資規範

- $1 \leq x_i \leq 10^5$ 。
- 若 $B = -1$ ，則 $1 \leq y_i \leq 10^4$ ；否則 $1 \leq y_i \leq \min\{B, 10^4\}$ 。
- 若 $B = -1$ ，則 $1 \leq b \leq 10^4$ ；否則 $0 \leq b \leq \min\{B, 10^4\}$ 。

輸出格式

一個整數，即題目所求的最小花費。

| | |
|---|---|
| 輸入範例1 3 5 2 4 3 8 1 3 5 | 輸出範例1 21 範例說明：此例為題目敘述中之範例。 |
|---|---|

| | |
|--|--|
| 輸入範例2 5 -1 0 4 5 1 2 3 7 8 9 1 1 | 輸出範例2 71 範例說明：此例農場儲存量無上限。一個最佳的購買方式為第一天買 15 單位，第二天買 0 單位，第三天買 11 單位，最佳總花費為 $4 \times 15 + 5 \times 0 + 1 \times 11 = 71$ 。 |
|--|--|

| | |
|---|--|
| 輸入範例3 5 20 10 4 5 1 2 3 1 1 1 1 1 | 輸出範例3 0 範例說明：此例之初始儲存量為 10 單位，接下來五日的總需求量為 $1+1+1+1+1=5$ 單位，故不需購買任何飼料，最佳總花費為 0。 |
|---|--|

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [11 分]， $1 \leq n \leq 1000$ ， $B = -1$ ，即農場儲存量無上限。

第二子題組 [33 分]， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $B = -1$ ，即農場儲存量無上限。

第三子題組 [56 分]， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $B = -1$ 或 $1 \leq B \leq 10^5$ 。