

1. 預燒排程 (Burn-in Scheduling)

問題描述

預燒 (burn-in) 是半導體測試流程的一個步驟，將待測品放進預燒爐 (burn-in oven) 中，在高溫高壓的環境下檢測產品功能。

- 容量限制：預燒爐每次操作可以檢測一個或多個待測品，但一次操作的待測品的批量總和不可超過預燒爐容量上限。
- 預燒時間：預燒爐每次操作的時間為該批次中待測品的最長預燒時間，一旦開始就不能中間加入或取出待測品，即同一次操作的待測品會同時進入預燒爐，也同時離開預燒爐。

給定一台預燒爐，其最大容量上限為 Q 。有 N 個待測品，已知各待測品的優先順序 (p_i)、批量 (s_i) 和預燒時間 (t_i)。首先將所有待測品依優先順序由小到大排序，在此順序的前提下，將待測品分批，再將各批送入預燒爐檢測。請撰寫一個程式求取最佳分批方法，以在最短時間內檢測完所有待測品。

舉例來說，若預燒爐的容量為 10，且三個待測品的資訊如下：

待測品	優先順序 (p_i)	批量 (s_i)	預燒時間 (t_i)
A	1	4	1
B	2	5	5
C	3	3	6

可能的分批方式有：

- A | B | C：即每次操作只檢測一個待測品，總花費時間為 $1+5+6=12$ 。
- AB | C：第一批次檢測 A 和 B，第二批次檢測 C，總花費時間為 $\max\{1, 5\}+6=11$ 。
- A | BC：第一批次檢測 A，第二批次檢測 B 和 C，總花費時間為 $1 + \max\{5, 6\} = 7$ 。
- ABC：全部放在同一批，但因批量總和 $4+5+3=12$ 超過容量上限 10，此分批不合法。

因此在所有合法的分批方式中，檢測完所有待測品的最短時間是 7 單位時間。

輸入格式

輸入第一列有兩個正整數 Q ($1 \leq Q \leq 10000$) 和 N ($1 \leq N \leq 16$)，分別代表預燒爐的容量上限以及待測品的數量。接下去有 N 列，每列有三個正整數 p_i ($1 \leq p_i \leq 1000$)、 s_i ($1 \leq s_i \leq Q$) 和 t_i ($1 \leq t_i \leq 1000$)，代表一個待測品的優先順序、批量和預燒時間。輸入保證所有 p_i 值均相異。

輸出格式

請輸出一個整數，代表檢測完所有待測品的最短時間。

輸入範例 1	輸出範例 1	輸入範例 2	輸出範例 2
10 3 1 4 1 2 5 5 3 3 6	7	10 3 3 1 3 2 5 5 1 3 4	5
輸入範例 3	輸出範例 3	輸入範例 4	輸出範例 4
3 3 2 2 2 3 2 7 1 2 4	13	5 3 1 2 7 3 2 7 2 2 4	14

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [31 分]， $N \leq Q$ ，所有 $s_i = 1$ 。

第二子題組 [49 分]，所有 $t_i = 1$ 。

第三子題組 [20 分]，無特殊限制。

2. 太陽能板 (Solar)

問題描述

太陽能公司的一位資深工程師將負責為一座大型商業建築的屋頂設計太陽能板的最佳安裝方案。這個屋頂呈矩形狀，長度為 m 公尺，寬度為 n 公尺。在考慮屋頂的結構特性、尺寸以及後續維護需求的前提下，需要策略性地在屋頂上安裝太陽能板，以達到最大的發電效益。屋頂安裝太陽能板的規劃方式如下：

1. 對屋頂進行垂直或水平的分割：如果是第一次的分割，必須貫穿整個屋頂的一邊到另一邊；如果是第二次（含）以後的分割，則限定只能在一個已完成分割的區塊，並且從其中一個邊開始，到同區塊的另一個邊結束。
2. 分割次數不限，可以依需要多次進行分割。
3. 在每個分割後形成的區域內，可以安裝一個尺寸不大於該區域的太陽能板。

太陽能公司目前生產 k 款不同型號的太陽能板。對於第 i 款太陽能板，其長度為 h_i 公尺，寬度為 w_i 公尺，最大輸出功率為 p_i 瓦。在安裝太陽能板時，可以視實際需要將太陽能板旋轉 90 度後再安裝，並不會影響其最大輸出功率。

請幫忙設計一個最佳的安裝規劃，使得在這個 $m \times n$ 平方公尺的屋頂上，產生的總電力輸出功率可以達到最大化。請注意，由於現有太陽能板的尺寸和安裝限制，可能無法完全覆蓋整個屋頂，且有時刻意留下一些空白區域反而能夠獲得更高的總電力輸出。

輸入格式

輸入資料的第一列有三個正整數，依序分別為屋頂的長度 m 、寬度 n 和太陽能板的款式數量 k 。在接下來的 k 行中，每一行有三個以一個空白符號相間格的正整數，其中第 i 行的三個正整數分別第 i 款太陽能板的長度 h_i 、寬度 w_i 以及最大輸出功率 p_i 。其中， $0 < h_i, w_i \leq \max(m, n)$ ， $0 < p_i \leq 100$ 。

輸出格式

請根據輸入的資料，輸出所有安裝方案中所能達到的最大輸出總功率。

輸入範例 1	輸出範例 1	輸入範例 2	輸出範例 2
3 5 3 1 2 3 2 2 7 4 1 2	23	10 10 3 1 4 1 4 1 3 3 2 10	163

評分說明

本題有四子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [10 分]， $m < 10$ ， $n < 10$ ， $k = 1$ 且 $h_1 = w_1$ 。

第二子題組 [12 分]， $m < 10$ ， $n < 10$ ， $k = 1$ 且 $h_1 \neq w_1$ 。

第三子題組 [27 分]， $m < 100$ ， $n < 100$ ， $k < 100$ 。

第四子題組 [51 分]， $m < 500$ ， $n < 500$ ， $k < 1000$ 。

本頁空白

3. 音樂創作 (Music Composition)

問題描述

小杰是一位才華洋溢的音樂家，平日總是靈感泉湧，創作出讓人如癡如醉的音樂，深受大家喜愛。然而，最近他突然靈感枯竭，再也無法輕易譜出動人的旋律。這讓他絞盡腦汁、輾轉難眠，但依舊毫無進展。無奈之下，小杰決定尋求電腦幫助，將他的創作邏輯與原則寫下來，希望藉此能突破瓶頸，再次創作出動聽的音樂。

小杰的音樂作品僅包含 C、D、E、F、G、A、B 七個音符，但組裝這些音符時，必須滿足以下條件，才能創作出符合他風格的旋律：

1. D-A 組合：D 之後不能馬上出現 A，但有兩個例外：“DAD” 這個特殊組合可以出現，及樂曲的最後兩個音符可以為“DA”。
2. 偶數偏好：小杰特別喜愛偶數，所以在樂曲中，E 和 G 的數量總和必須為偶數。

例如，當樂曲長度 $N=3$ 時，EGA、DAD、EEC 和 ABC 都符合上述規則，可以成為小杰的音符組合；但 DAA、EGG 和 GDA 則都不符合。

請寫一個程式，給定樂曲長度，計算出能符合小杰作曲風格的樂曲數量。

輸入格式

輸入資料只有一個正整數 $N (1 \leq N \leq 10^9)$ ，代表樂曲的長度。

輸出格式

輸出能符合小杰作曲風格的樂曲數量。但此數字可能很大，因此僅輸出除以 1000000007 後的餘數即可。

輸入範例 1	輸出範例 1	輸入範例 2	輸出範例 2	輸入範例 3	輸出範例 3
2	29	3	181	100	941357645

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

1. 第一子題組 [19 分]， $1 \leq N \leq 7$ 。
2. 第二子題組 [36 分]， $1 \leq N \leq 10^6$ 。
3. 第三子題組 [45 分]， $1 \leq N \leq 10^9$ 。

本頁空白

4. 優惠卷 (Coupon)

問題描述

勝利雜貨店提供給老顧客們各一張優惠券，面額為 m 元。這張優惠券可以用來購買店內的商品，但有以下限制：

1. 每張優惠券只能使用一次，且購買金額需大於或等於 m 才能使用。
2. 商品總價超過 m 元的部份需要額外支付。
3. 每種商品只能買一個。

舉例來說，若優惠卷的面額為 100 元，而商店內有 5 種商品，價格依序為 52, 36, 79, 51, 36 元。若以優惠卷購買商品 1, 2, 3，則總價為 $52 + 36 + 79 = 167$ 元，扣除優惠卷 100 元，還要付 67 元。若購買商品 1, 4，則總價為 $52 + 51 = 103$ 元，扣除優惠卷 100 元，只要付 3 元。

請設計一個程式，幫助顧客選擇商品，讓購買的總金額大於等於 m 元，但額外支出的費用最少。

輸入格式

輸入資料有兩列數字。第一列有兩個正整數 m ($m \leq 900000$) 和 n ($n \leq 100$)，分別代表優惠卷金額與商品種類數。第二列有 n 個正整數 p_1, p_2, \dots, p_n ($0 < p_i \leq 1000000$)，依序代表第 1 至第 n 個商品的價格。輸入保證 $m < p_1 + p_2 + \dots + p_n$ 。

輸出格式

請輸出使用優惠券購買商品時，所需支付的最小金額。

輸入範例 1	輸出範例 1
100 5 52 36 79 51 36	3
輸入範例 2	輸出範例 2
5000 9 4339 1342 558 1033 4094 4220 417 275 4150	31

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [25 分]， $2 \leq n < 10$ 。

第二子題組 [26 分]， $10 \leq n < 20$ 。

第三子題組 [49 分]， $20 \leq n \leq 100$ 。

本頁空白

5. 運算順序 (Compute)

問題描述

樂樂正在學習程式設計中的算術運算，他知道算式的計算方式和數學算式相同，小括號框住的部分會最優先被計算。她好奇針對一個加法算式，不同的括號方式會不會對執行造成任何微妙的影響？樂樂希望把一個加法算式，賦予她指定的計算順序，再送給編譯器處理。請你寫程式幫助樂樂，將該加法算式依樂樂指定的順序加上括號（即每個加法恰有自己對應的一對括號），並輸出這個加滿了括號的算式。

舉例來說，考慮 $A+B+C+D$ 這個算式，我們將各個 $+$ 由左而右分別編號為 1、2、3。若樂樂希望依照 $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的順序完成計算，則程式需輸出 $(A + ((B + C) + D))$ 。若樂樂希望依照 $3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ 的順序完成計算，則程式需輸出 $((A + B) + (C + D))$ 。

輸入格式

輸入有兩行，第一行為一不括號的加法運算式，運算元皆為單一大寫英文字母，同一個字母可能出現若干次。運算子的數量 n 不超過 10^5 。算式中沒有空白字元。第二行有 n 個整數，為一 $\{1, 2, \dots, n\}$ 的排列 (permutation) 表示樂樂指定的計算順序。

輸出格式

輸出依樂樂指定順序加上括號的算式。

輸入範例 1	輸出範例 1	輸入範例 2	輸出範例 2
$A+B+C+D$ 2 3 1	$(A + ((B + C) + D))$	$A+B+C+D+A+B$ 1 2 3 4 5	$(((((A+B)+C)+D)+A)+B)$

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [19 分]，樂樂指定的順序為一遞增或遞減數列。

第二子題組 [31 分]，算式中的運算子（加號）至多五個。

第三子題組 [50 分]，無特殊限制。

本頁空白

6. 山花聚頂 (Congregation)

問題描述

有一座南北筆直走向的山脈，連綿起伏，山中有 m 座山峰，這些山峰的位置以其與山脈北端的距離 $p[i]$ 來表示，第 i 座與第 j 座山峰的水平距離則是 $|p[i]-p[j]|$ 。此外每座山峰的高度則以 $h[i]$ 來表示， $0 \leq i < m$ 。每年山中會舉辦 n 場稱為「山花聚頂」的儀式，每一場儀式有若干人參加，每一個參加者會攜帶一束花從某一座山峰出發，走到該場儀式的聚集地山峰，此聚集地必須是此 m 座山峰之一，且高度不低於每一位參加者出發的山峰。對於每一場儀式，我們希望參加者的水平移動距離總和愈小愈好，請寫程式幫忙決定每一場儀式的聚集地該如何選擇。

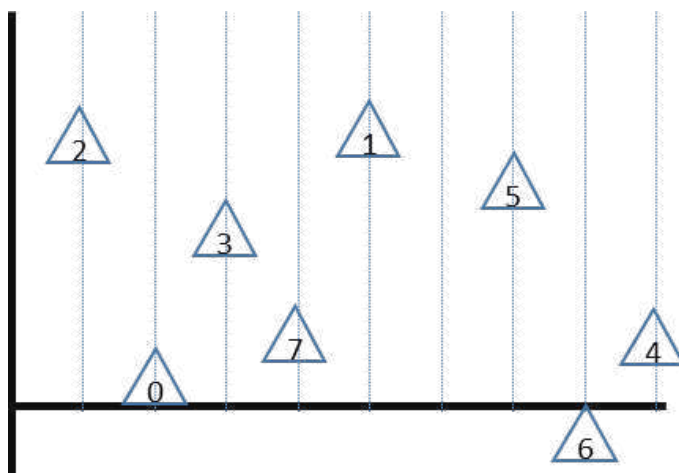
以下圖為例，有 8 座山峰，其水平位置與高度如下表，並以下圖示意：

編號 i	0	1	2	3	4	5	6	7
位置 $p[i]$	2	5	1	3	9	7	8	4
高度 $h[i]$	1	6	6	4	2	5	0	2

舉例來說，假設有三場儀式，第一場有 3 位參加者，分別自編號 3, 7, 5 的山峰出發，則 1 號山峰可以為聚集地，因為山峰 1 高度 ($h[1]$) 不低於山峰 3, 7, 5 ($h[3], h[7], h[5]$)，此時參加者的水平移動距離總和為 $2+1+2=5$ ，此選擇同時也是第一場儀式最佳的選擇。

假設第二場儀式有 4 位參加者，出發的山峰編號依序是 2, 2, 7, 5，如果挑選 1 號山峰，高度可以滿足條件且距離總和為 $4+4+1+2=11$ ；但若挑選 2 號山峰為聚集地，其高度同樣滿足條件且距離總和僅為 $0+0+3+6=9$ ，此為第二場儀式最佳的選擇。

假設第三場儀式參加者只有一位，從 0 號山峰出發，挑選 0 號山峰為聚集地，距離為 0 是最佳的聚集地選擇。



輸入格式

輸入第一列有兩個正整數，分別為 m 與 n ， $m \leq 2 \times 10^5$ ， $n \leq 50000$ ，第二列有 m 個非負整數，依序為每個山峰的位置 $p[i]$ ，不同山峰的位置必不同。第三列有 m 個非負整數，依序是 m 個山峰的高度 $h[i]$ ，位置與高度的數值都不超過 10^8 。接著有 n 列，每列是一場儀式的資訊，該列第一個整數是參加人數 k ，接著有 k 個整數是參加者出發的山峰編號，每個山峰編號都在 $[0, m-1]$ 範圍內。令 K 為所有儀式的參與人數總和， $K \leq 2 \times 10^6$ 。

輸出格式

依照輸入的順序，依序輸出每一場儀式參加者最小的水平移動距離總和。

輸入範例 1	輸出範例 1	輸入範例 2	輸出範例 2
5 2 1 0 5 9 4 0 0 0 0 0 3 4 0 1 6 3 3 0 2 2 2	4 12	8 3 2 5 1 3 9 7 8 4 1 6 6 4 2 5 0 2 3 3 7 5 4 2 2 7 5 1 0	5 9 0

評分說明

本題有三子題組，每組有多筆測試資料，測試資料全對才能獲得該組分數。

第一子題組 [7 分]， $m \leq 100$ ， $n \leq 20$ ， $K \leq 500$ 。

第二子題組 [21 分]， $n \leq 50$ 。

第三子題組 [72 分]，無特別限制。